

AD-2710

B. Sc. (Part II) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper Third

(Mechanics)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं एवं अंक समान हैं।

Attempt any two parts from each question. All questions are compulsory and carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ) एक भारी एकसमान छड़, जिसकी लम्बाई 15 सेमी है, एक स्थिर बिन्दु से 9 और 12 सेमी लम्बी दो डोरियों के द्वारा जो उसके सिरों से बँधी है, लटका हुआ है। यदि छड़ ऊर्ध्वाधर से θ कोण बनाती है, तो सिद्ध कीजिए

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$$

A heavy uniform beam of length 15 cm is hung from a fixed point by two strings of length 9 cm and

P. T. O.

12 cm which are fastened to its extremities. If the beam makes an angle θ with the vertical, prove that

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{24}{25}\right)$$

(ब) दो बराबर एकसमान छड़े AB एवं AC प्रत्येक की लम्बाई 2b है, A पर स्वतंत्रतापूर्वक जुड़े हुए हैं त्रिज्या a के एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त पर विराम में हैं। दर्शाइये कि यदि उनके बीच का कोण 2 θ हो, तो $b \sin^3 \theta = a \cos \theta$ ।

Two equal uniform rods AB and AC, each of length 2 b are freely joined at A and rest on a smooth vertical circle of radius a. Show that if 2 θ be angle between them, then $b \sin^3 \theta = a \cos \theta$.

(स) 25 फीट लम्बाई की एकसमान डोरी को एक ही क्षैतिज समतल में स्थित दो बिन्दुओं से इस प्रकार लटकाया गया है कि उसका महत्तम तनाव, b लम्बाई की डोरी में भार से अधिक न हो। दर्शाइये कि इसकी महत्तम विस्तृति

$$\sqrt{b^2 - s^2} \log\left(\frac{b+s}{b-s}\right) \text{ है।}$$

A given length 25 feet of a uniform chain has to be hung between two points at the same level and the tension has not to exceed the weight of a length b of the chain. Show that the greatest span is

$$\sqrt{b^2 - s^2} \log\left(\frac{b+s}{b-s}\right)$$

इकाई-2

(UNIT-2) Z, O

2. (अ) मूलबिन्दु तथा अक्ष जो भी हो, किसी बल निकाय के लिए के लिए दर्शाइये कि $LX + MY + NZ$ तथा $x^2 + y^2 + z^2$ निश्चर रहती है।

Whatever origin and axis are to choose, to show that the quantities $LX + MY + NZ$ and $x^2 + y^2 + z^2$ are invariant for any given system of forces.

- (ब) प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए कि सरल रेखा

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$$

बलों के निकाय (X, Y, Z, L, M, N) के लिए एक शून्य रेखा हो सकती है।

To find the condition that the line :

$$\frac{x-f}{l} = \frac{y-g}{m} = \frac{z-h}{n}$$

may be null line for the system of forces (X, Y, Z, L, M, N) .

- (स) एक बल P , x अक्ष के अनुदिश क्रिया करता है। एक अन्य बल nP बेलन $x^2 + y^2 = a^2$ के एक जनक के अनुदिश क्रिया करता है। दर्शाइये कि केन्द्रीय अक्ष बेलन $n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 \cdot y^2 = n^4 \cdot a^2$ पर स्थित है।

A force P acts along the axis of x and another force nP along a generator of the cylinder $x^2 + y^2 = a^2$. Show that the central axis lies on the cylinder

$$n^2(nx - z)^2 + (1 + n^2)^2 \cdot y^2 = n^4 \cdot a^2.$$

इकाई-3

(UNIT-3)

3. (अ) m द्रव्यमान का एक कण एक हल्के तार, जो दो स्थिर बिन्दुओं के बीच तना है, जिसका तनाव T है, से बाँध दिया गया है। यदि सिरों से कण की दूरियाँ a, b है, तो सिद्ध कीजिए कि m द्रव्यमान के एक अल्प अनुप्रस्थ दोलन का आवर्तकाल

$$2\pi \sqrt{\frac{mab}{T(a+b)}}$$

है।

A particle of mass m is attached to a light wire which is stretched tightly between two fixed points with a tension T . If a and b are the distances of the particle from the two ends, prove that the period of a small transverse oscillation of m is :

$$2\pi \sqrt{\frac{mab}{T(a+b)}}$$

- (ब) आयाम a तथा आवर्तकाल T की सरल आवर्त गति में, दर्शाइये कि केन्द्र से x दूरी पर वेग v निम्न संबंध द्वारा दिया जाता है :

$$v^2 T^2 = 4\pi^2 (a^2 - x^2)$$

Show that in a simple harmonic motion of amplitude a and period T , the velocity v at a distance x from the centre is given by the relation :

$$v^2 T^2 = 4\pi^2 (a^2 - x^2)$$

- (स) एक तोप एक गतिशील प्लेटफॉर्म से धलाई जाती है। जब प्लेटफॉर्म V वेग से आगे व पीछे चलता है, तो गोली के परास क्रमशः R तथा S प्राप्त होते हैं। सिद्ध कीजिए कि तोप का उन्नतांश कोण $\tan^{-1} \left[\frac{K(R-S)^2}{4V^2(R+S)} \right]$ है।

A gun is fixed from a moving platform and the ranges of the shot are observed to be R and S when the platform is moving forward and backward respectively with velocity V . Prove that the

elevation of the gun is $\tan^{-1} \left[\frac{g(R-S)^2}{4V^2(R+S)} \right]$.

इकाई-4

(UNIT-4) 25

- 4 (अ) एक कण पृथ्वी के पृष्ठ से v वेग से प्रक्षेपित किया जाता है। यदि गुरुत्व में घटी विचारणीय है परन्तु हवा का प्रतिरोध उपेक्षणीय है तो दर्शाइये कि पथ एक दीर्घवृत्त है जिसका दीर्घाक्ष $\frac{2ga^2}{2ga-v^2}$ है, जहाँ a पृथ्वी की त्रिज्या है।

A particle is projected from the earth's surface with velocity v . Show that if the diminutions of gravity is taken into account, but the resistance of the air neglected the path is an ellipse of major axis

$\frac{2ga^2}{2ga-v^2}$, where a is the earth radius.

- (क) एक कण अचर वेग v से एक वक्र पर भ्रमण करता है जिसके लिए s तथा ψ दोनों साथ-साथ शून्य होते हैं। यदि किसी बिन्दु s पर त्वरण $\frac{v^2c}{s^2+c^2}$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि वक्र एक कैटनरी है।

A particle describes a curve for which s and ψ vanish simultaneously with the uniform speed v . If the acceleration at any point s be $\frac{v^2c}{s^2+c^2}$, prove

that curve is a catenary.

- (ख) एक कण अपने भार के अन्तर्गत कस्प से गति प्रारम्भ करके चक्रज पर नीचे की ओर गिरता है। दर्शाइये कि जब यह शीर्ष पर पहुँचता है तब वक्र पर दाब कण के भार का दुगुना है।

A particle falls down a cycloid under its own weight starting from the cusp. Show that when it arrives at the vertex the pressure on the curve is twice the weight of the particle.

इकाई-5

(UNIT-5) 30

- 5 (अ) कोई कण ऊर्ध्वाधर की ओर V वेग से प्रक्षेपित किया जाता है, जहाँ माध्यम में हवा का प्रतिरोध बल kv^2 है, जहाँ v कण का वेग है। यदि कण प्रक्षेप बिन्दु पर पुनः V' वेग से वापस लौटता है, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{V'^2} = \frac{1}{V^2} + \frac{k}{g}$$

A particle is projected upwards under gravity with velocity V , where resisting force of air is kv^2 , where v is velocity of particle. If particle becomes at projectile point with velocity V' , then prove that :

$$\frac{1}{V'^2} = \frac{1}{V^2} + \frac{k}{g}$$

- (ग) यदि कण की गति पर हवा का ऊबरोध इसके भार का n गुना हो तथा कण क्षैतिज दिशा में V वेग से प्रक्षिप्त किया जाये, तो दर्शाइये कि कण का वेग, जब कण क्षैतिज से ϕ कोण पर गतिमान है $V(1 - \sin\phi)^{\frac{n-1}{2}} (1 + \sin\phi)^{-\frac{n+1}{2}}$ है।

If the resistance of the air to a particle's motion be n times its weight and the particle be projected horizontally with velocity V , show that the velocity of the particle, when it is moving at an inclination ϕ

to the horizontal is $V(1 - \sin\phi)^{\frac{n-1}{2}} (1 + \sin\phi)^{-\frac{n+1}{2}}$.

- (घ) बेलनीय निर्देशांक के पदों के रूप में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

To find the acceleration of a particle in terms of cylindrical co-ordinates.

http://www.hyvonline.com

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से