



GD-2710

B.Sc./B.Sc. B.Ed. (Part-II)
Examination, March-April, 2023

MATHEMATICS

Paper - III

Mechanics

Time : Three Hours] [Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से किन्हीं दो भागों को हल कीजिए।
सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Answer any two parts from each question. All
questions carry equal marks.

इकाई / Unit-I

1. (a) एक दण्ड, जिसका गुरुत्व केन्द्र उसे a और b दो भागों में विभाजित करता है, एक चिकने गोले के भीतर रखी हुई है। दर्शाइए कि यदि सन्तुलित अवस्था में क्षैतिज से उसका झुकाव θ है और गोले के केन्द्र पर दण्ड 2α कोण अन्तरित करती है तो

$$\tan \theta = \frac{b-a}{b+a} \tan \alpha$$

374_DRG_(8)

(Turn Over)

<https://www.hyvonline.com>

(2)

A beam whose centre of gravity divides it into portions, a and b , is placed inside a smooth sphere, show that, if θ its inclination to the horizon in the position of equilibrium and 2α be the angle subtended by the beam of the centre of the sphere, then

$$\tan \theta = \frac{b-a}{b+a} \tan \alpha$$

- (b) $2b$ मोटाई की एक आयताकार छड़ एक पूर्ण रूक्ष क्षैतिज बेलन पर जिसकी त्रिज्या a है, सममित रूप में रखी है। दिखाइए कि छड़ साम्य स्थाई अथवा अस्थायी होगा जबकि b का मान a से क्रमशः छोटा या बड़ा होगा।

A uniform beam of thickness $2b$, rest symmetrically on a perfectly rough horizontal cylinder of radius a , show that the equilibrium of the beam will be stable or unstable according as b is less or greater than a .

- (c) एक संधित चतुर्भुज (Jointed quadrilateral) के विपरीत भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को लम्बाई l और l^1 के हल्के छड़ों द्वारा संबद्ध किया गया है। यदि इन छड़ों में तनाव T और T^1 है, तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{T}{l} + \frac{T^1}{l^1} = 0$$

374_DRG_(8)

(Continued)

<https://www.hyvonline.com>

(3)

The middle points of opposite sides of a jointed quadrilateral are connected by light rods of lengths l and l^1 . If T and T^1 be the tensions in those rods, prove that

$$\frac{T}{l} + \frac{T^1}{l^1} = 0$$

इकाई / Unit-II

2. (a) यदि P तथा Q दो अप्रतिच्छेदी बल जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं, दर्शाइए कि केन्द्रीय अक्ष से उनकी क्रिया रेखाओं की दूरियों का अनुपात $Q^2 : P^2$ है।

If P and Q be two non-intersecting forces whose direction are perpendicular, show that the ratio of distances of the central axis from their lines of action is $Q^2 : P^2$.

- (b) तीन बल क्रमशः सरल रेखाओं $x=0$, $y-z=a$, $y=0$, $z-x=a$, $z=0$, $x-y=a$ के अनुदिश क्रिया करते हैं। दिखाइए कि इन्हें एक बलयुग्म के तुल्य लघुकृत नहीं किया जा सकता।

Three forces acting along the straight lines $x=0$, $y-z=a$, $y=0$, $z-x=a$, $z=0$, $x-y=a$. Show that they cannot be reduce equivalently to couple.

(4)

- (c) डायनमे (X, Y, Z, L, M, N) के लिए समतल $x+y+z=0$ के शून्य विक्षेप स्थिति ज्ञात कीजिए।

Find the null point of the plane $x+y+z=0$ for the dynamie (X, Y, Z, L, M, N)

इकाई / Unit-III

3. (a) आयाम 'a' तथा आवर्तकाल T की सरल आवर्त गति में दर्शाइए कि केन्द्र से x दूरी पर वेग v निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा दिया जाता है :

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

Show that in a S.H.M. of amplitude 'a' and period T , the velocity v at distance x from the centre is given by the relation :

$$v^2 T^2 = 4\pi (a^2 - x^2)$$

- (b) दो हल्की प्रत्यास्थ डोरियों से m द्रव्यमान का एक कण बँधा है और उनके स्थिर बिन्दुओं से इस प्रकार बँधे हुए हैं कि डोरियाँ तनी हुई हैं। प्रत्येक डोरी का प्रत्यास्थता मापांक λ है, तनाव T है और लम्बाइयाँ a तथा b हैं। दर्शाइए कि डोरी की रेखा के अनुदिश एक

$$\text{दोलन का काल } 2\pi \sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}} \text{ है।}$$

(5)

The light elastic strings are fastened to a particle of mass m and their other ends to fixed points so that strings are taut. The modulus of each string is λ , then tension T and lengths a and b . Show that the period of an oscillation along the line

$$\text{of the string } 2\pi \sqrt{\frac{mab}{(T+\lambda)(a+b)}}$$

- (c) यदि किसी कण के त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग सदैव एक दूसरे के समानुपाती हों, तो दर्शाइए कि पथ एक समानकोणिक सर्पिल है।

If the radial and transverse velocities of a particle are always proportional to each other, show that the path is an equiangular spiral.

इकाई / Unit-IV

4. (a) यदि v_1 एवं v_2 ग्रह के रेखिक वेग हैं जबकि सूर्य से क्रमशः निकटतम एवं दूरस्थ हैं, सिद्ध कीजिए कि :

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

If v_1 and v_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that

$$(1 - e)v_1 = (1 + e)v_2$$

(6)

- (b) एक कण एक समतल वक्र पर गतिमान है। यदि स्पर्शरिखीय और अभिलाम्बिक त्वरण सदैव अचर रहते हैं, तो सिद्ध कीजिए कि कोण ψ जो गति की दिशा समय t में घूमती है, समीकरण $\psi = A \log(1 + Bt)$ द्वारा निर्धारित होता है।

A particle is describing a plane curve. If the tangential and normal accelerations are each constant through out the motion, prove that the angle ψ , through which the direction of motion turns in time t is given by $\psi = A \log(1 + Bt)$.

- (c) एक कण, जिस पर कोई बल क्रिया नहीं कर रहा है, रुक्ष गोले के आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश प्रक्षिप्त किया जाता है, दर्शाइए कि

$$\text{यह } \frac{a}{\mu V} (e^{2\mu\pi} - 1) \text{ समय पश्चात् प्रक्षेप बिन्दु}$$

पर वापिस लौट आएगा, जहाँ a गोले की त्रिज्या, प्रक्षेप वेग V तथा घर्षण गुणांक μ है।

A particle is projected along the inner surface of a rough sphere and is acted on by no forces, show that it will return to the point of projection at the end of time

$$\frac{a}{\mu V} (e^{2\mu\pi} - 1), \text{ where } a \text{ is the radius of}$$

the sphere, V is the velocity of projection and μ is the coefficient of friction.

(7)

इकाई / Unit-V

5. (a) गुरुत्वीय आकर्षण में m संहति का एक कण ऊर्ध्वारतः ऊपर की ओर प्रक्षेपित किया जाता है, वायु का अवरोध वेग का mk गुणा है। यदि V सीमान्त वेग तथा λV प्रारम्भिक वेग है, तो दर्शाइए कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम

$$\text{ऊँचाई } \frac{V^2}{g} [\lambda - \log(1 + \lambda)] \text{ है।}$$

A particle of mass m is projected vertically under gravity, the resistance of the air being mk times the velocity. Show that the greatest height attained by the

particle is $\frac{V^2}{g} [\lambda - \log(1 + \lambda)]$. Where V is the terminal velocity of the particle and λV is the initial. <https://www.hyvonline.com>

- (b) तरल (liquid) की एक गोलाकार बूँद वाष्प में गिरते हुए संघनन द्वारा c की अचर से द्रव्यमान प्राप्त करती है। दर्शाइए कि विराम में गिरते हुए t समय बाद इसका वेग है

$$\frac{1}{2}gt \left[1 + \frac{M}{M + ct} \right]$$

जहाँ M बूँद का प्रारंभिक द्रव्यमान है।

(8)

A spherical drop of liquid falling freely in a vapour acquires mass by condensation at a constant rate c . Show that the velocity after falling from rest in

$$\text{time } t \text{ is } \frac{1}{2}gt \left[1 + \frac{M}{M + ct} \right]. \text{ Where } M \text{ is}$$

the initial mass of the drop.

- (c) त्रिज्या a के गोले (sphere) के क्षैतिज व्यास के सिरे से एक भारी कण आन्तरिक पृष्ठ के अनुदिश वेग V से प्रक्षेपित किया जाता है, प्रक्षेप की दिशा भूमध्य रेखा से β कोण बनाती है। यदि कण कभी भी पृष्ठ को नहीं छोड़ता हो, तो सिद्ध कीजिए कि

$$3 \sin^2 \beta < 2 + \left(\frac{V^2}{3ga} \right)^2$$

A heavy particle is projected with velocity V from the end of a horizontal diameter of a sphere of radius a along the inner surface, the direction of projection making an angle β with the equator. If the particle never leaves the surface, prove that

$$3 \sin^2 \beta < 2 + \left(\frac{V^2}{3ga} \right)^2$$