

AD-2709

B. Sc. (Part II) EXAMINATION, 2017

MATHEMATICS

Paper Second

(Differential Equations)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक इकाई से दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Solve any two parts from each Unit. All questions carry equal marks.

इकाई-1

(UNIT-1)

1. (अ) सिद्ध कीजिये कि :

$$\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Prove that :

$$\int_0^\infty e^{-ax} J_0(bx) dx = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

(ब) सिद्ध कीजिए :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1}$$

Prove that :

$$(n+1)P_{n+1} = (2n+1)xP_n - nP_{n-1}$$

(अ) निम्नलिखित स्टर्म-ल्युविल समस्या के सभी आइगेन मानों और आइगेन फलनों को ज्ञात कीजिये :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Find all eigen values and eigen functions of the following Sturm-Liouville problem :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \lambda y = 0, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

इकाई-2

(UNIT-2)

2. (अ) मान ज्ञात कीजिये :

$$L \{ e^t \cos^2 t \}$$

Find value of : <http://www.hyvonline.com>

$$L \{ e^t \cos^2 t \}$$

(ब) मूल्यांकन कीजिये :

$$L^{-1} \left\{ \frac{4p+5}{(p-1)^2(p+2)} \right\}$$

Evaluate :

$$L^{-1} \left\{ \frac{4p+5}{(p-1)^2(p+2)} \right\}$$

(अ) हल कीजिये :

$$(D^2 - 2D + 2)y = 0, y = Dy = 1 \text{ जब } t = 0$$

Solve :

$$(D^2 - 2D + 2)y = 0, y = Dy = 1 \text{ when } t = 0.$$

इकाई-3

(UNIT-3)

3. (अ) यदि $z = f(x + ay) + \phi(x - ay)$ है, तो सिद्ध कीजिये :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

If $z = f(x + ay) + \phi(x - ay)$, then prove that :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

- (ब) हल कीजिये :

$$(mz - ny)p + (nx - pz)q = ly - mx$$

Solve :

$$(mz - ny)p + (nx - pz)q = ly - mx$$

- (स) चारपिट विधि से हल कीजिये :

$$z = px + qy + pq$$

Solve by Charpit's method :

$$z = px + qy + pq$$

इकाई-4

(UNIT-4)

4. (अ) समीकरण $r + 2s + t = 0$ का वर्गीकरण और विहित रूप में समानयन कीजिये और उसे हल कीजिये।

Classify and reduce in canonical form of the equation $r + 2s + t = 0$ and solve it.

- (ब) हल कीजिये :

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = x + y$$

Solve :

$$(D^2 + 3DD' + 2D'^2)z = x + y$$

- (क) हल कीजिए :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 y$$

Solve :

$$x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2 y$$

इकाई-5

(UNIT-5)

5. (अ) अन्तराल $[0,1]$ में वक्रों $y = x$ एवं $y = x^2$ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

Find distance of the curves $y = x$ and $y = x^2$ in $[0,1]$.

- (ब) फलनक $I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y^2)} dx$ के चरम मान किन वक्रों को निरूपित करते हैं।

Find the curves formed by the extremum of the functional $I[y(x)] = \int \sqrt{x(1+y^2)} dx$.

- (क) फलनक $I[y(x)] = \int_0^{\log 2} (e^{-x} y'^2 - e^x y^2) dx$ के चरम मान ज्ञात करने की समस्या में निर्देशांक रूपान्तरण के अन्तर्गत आयरलर समीकरण की निश्चितता का सत्यापन कीजिये।

Verify invariance of Euler's equation of the extremum of the functional :

$$I[y(x)] = \int_0^{\log 2} (e^{-x} y'^2 - e^x y^2) dx.$$